точке x_0 *удовлетворяет при всех* $t \in [-\pi, \pi]$ *условию* $|f(x_0+t) - f(x_0)| \leqslant \psi(|t|)$. *Тогда для любого* $\beta \in (0,1)$

$$|f(x_0) - \sigma_n^\beta(x_0; f)| = o(n^{-\beta})$$

при $n \to \infty$.

Отметим, что теорема 1 является обобщением результата работы [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяченко А. М. // Вестн. МГУ. Сер. 1. Матем., мех. – 2009.

А. М. Елизаров, Д. В. Маклаков

Казань, amelizarov@gmail.com

О КРИТЕРИЯХ РАЗРЕШИМОСТИ ВАРИАЦИОННЫХ ОБРАТНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ АЭРОГИДРОДИНАМИКИ

Вариационные обратные краевые задачи аэрогидродинамики (ОКЗА) реализуют один из подходов к оптимизации аэродинамических форм и в двумерном случае заключаются в построении крыловых профилей, обладающих оптимизированными характеристиками (см., например, [1]). При решении основной ОКЗА в рамках выбранной математической модели обтекания требуется найти форму изолированного непроницаемого крылового профиля по заданному на его контуре распределению скорости потока (см., например, [2]). В обеих задачах форма контура и его аэродинамические характеристики однозначно определяются парой $\{P(\gamma), \beta\}$, где $P(\gamma)$ –

2π-периодическая управляющая функция, а β — теоретический угол атаки. При этом указанная пара должна удовлетворять, как минимум, трем интегральным равенствам, выражающим условия разрешимости задач, а также неравенству, выражающему требование ограниченности заданным значением $v_{\max}$ максимального значения скорости потока на контуре искомого профиля. Названные ограничения определяют допустимое множество K управляющих функций $P(\gamma)$ и интервал изменения β. При неизменном значении β способ обеспечения попадания $P(\gamma)$ в K состоит в целенаправленной модификации исходного распределения скорости и сводится к построению соответствующего квазирешения основной ОКЗА.

Таким образом, и в вариационной, и в основной ОКЗА существенным является вопрос о необходимых и достаточных условиях непустоты множества K. В работе дан ответ на него — в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости и модели газа Чаплыгина дозвукового обтекания получен критерий непустоты этого множества, в явном виде записаны ограничения на параметры $v_{\max}$ и β, гарантирующие выполнение этого критерия.

Приведем характерный результат.

Пусть

$$A_0(P) \equiv \int_0^{2\pi} P(\gamma)d\gamma = B_0,$$

$$A_1(P) + iA_2(P) \equiv \int_0^{2\pi} P(\gamma)e^{i\gamma}d\gamma = B_1 + iB_2, \quad (1)$$

$$B_0 = 2\pi \ln \Lambda_\infty; \quad B_1 + iB_2 = -4\pi i \sin\beta \frac{c^2\Lambda_\infty^2}{1 + c^2\Lambda_\infty^2},$$

$$\Lambda_\infty = \Lambda(\lambda_\infty), \quad \lambda_\infty = v_\infty/a_*, \quad \Lambda(\lambda) = \frac{2\lambda}{1 + \sqrt{1 + 4c^2\lambda^2}};$$

v_∞ — заданная величина скорости потока на бесконечности, a_* — критическая скорость звука, $c^2 = 0.296$ — параметр модели газа Чаплыгина (см. [3], п. 24). Первое равенство в (1) выражает условие совпадения скорости набегающего потока с заданным значением, а два других равенства (представленных здесь в комплексной форме) — условия замкнутости искомого контура. Далее, ограничение максимума скорости заданным значением $\lambda_{\max} = v_{\max}/a_*$ выражается неравенством

$$H(\gamma, \beta) - P(\gamma) \geqslant 0; \quad \gamma \in [0, 2\pi];$$

$$H(\gamma, \beta) \equiv \ln\left[\Lambda(\lambda_{\max})/M(\gamma, \beta)\right], \quad M(\gamma) = 2\left|\sin\gamma + \sin\beta\right|.$$

Определим теперь в пространстве $L_2[0, 2\pi]$ аффинное множество

$$K_0 = \{P(\gamma) \in L_2[0, 2\pi] : A_0(P) = B_0,\ A_1(P) = B_1,\ A_2(P) = B_2\}$$

и выпуклое замкнутое множество

$$K_1 = \{P(\gamma) \in L_2[0, 2\pi] : P(\gamma) \leqslant H(\gamma, \beta) \text{ для почти всех } \gamma \in [0, 2\pi]\}.$$

Таким образом, при фиксированном значении β в вариационной и в основной ОКЗА множество допустимых функций $K = K_0 \bigcap K_1$.

Справедлив следующий критерий непустоты множества управляющих функций.

Теорема. *При заданных значениях параметров* $\lambda_\infty > 0$, $\lambda_{\max} > 0$ *и* $0 \leqslant \beta \leqslant \pi/2$ *необходимое и достаточное условие непустоты множества* K *управляющих функций* $P(\gamma)$ *имеет вид*

$$\lambda_{\max} > \Phi(\lambda_\infty; \beta) \quad \text{при} \quad \beta > 0; \quad \lambda_{\max} \geqslant \lambda_\infty \quad \text{при} \quad \beta = 0,$$

где

$$\Phi(a,\beta) = \frac{aA}{A\,\mathrm{ch}\,(A\sin\beta) - \mathrm{sh}\,(A\sin\beta)}, \quad A = \frac{1}{\sqrt{1+4c^2a^2}}.$$

Если $\lambda_{\max} = \lambda_\infty$ *и* $\beta = 0$, *то множество* K *состоит всего из одной функции* $P(\gamma) = H(\gamma, 0)$, *которой соответствует обтекание пластины под нулевым углом атаки.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-00163).

ЛИТЕРАТУРА

1. Елизаров А. М., Касимов А. Р., Маклаков Д. В. *Задачи оптимизации формы в аэрогидродинамике.* – М.: Физматлит, 2008. – 572 с.

2. Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташёв А. В. *Обратные краевые задачи аэрогидродинамики: теория и методы проектирования и оптимизации формы крыловых профилей.* – М.: Физматлит, 1994. – 436 с.

3. Степанов Г. Ю. *Гидродинамика решеток турбомашин.* – М.: Физматлит, 1962. – 512 с.

С. Р. Еникеева

Казань

МЕТОД БОГОЛЮБОВА – КРЫЛОВА РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для решения интегральных уравнений с гладкими периодическими ядрами академики Н. Н. Боголюбов и Н. М. Крылов предложили эффективный прямой метод. В последние годы этот метод применяется также для решения различных классов